

ПРИМЕНЕНИЕ РЕКОНСТРУКЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В БИОМЕХАНИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ «СПОРТИВНОГО СЕРДЦА» И К ЕГО ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАММЕ

Човнюк Ю.В.

Киевский национальный университет
строительства и архитектуры

Один из способов изучения различных процессов и явлений реальной жизни состоит в построении и исследовании их математических моделей. Такой подход является универсальным, поскольку он позволяет абстрагироваться от изучаемого объекта, рассматриваемого в рамках конкретной области естествознания, путём перехода на язык математического описания. В зависимости от вида модели к исследованиям могут быть привлечены методы нелинейной динамики и теории колебаний (в том случае, если математическое описание представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) или дискретных отображений), теории волновых процессов (если модель выбрана в виде уравнений в частных производных) и т.д. Наличие модели исследуемой системы значительно расширяет возможности её изучения, позволяя решать задачу предсказания как её поведения во времени, так и эволюцию режимов её функционирования при изменении управляющих параметров.

Работая с тем или иным математическим описанием, исследователь должен иметь чёткое представление об адекватности такого описания реальному явлению. Соответственно, при построении модели в неё должны быть заложены все наиболее существенные факторы, оказывающие влияние на поведение системы. Разумеется, адекватность любого математического описания будет зависеть от степени осведомлённости исследователя об изучаемом объекте.

Наиболее сложная и широко распространённая ситуация будет в случае так называемого «чёрного ящика», когда доступной для на-

блюденія являється тільки залежність одної із характеристик a , описуваних стан системи в даний момент, від часу. Така залежність $a(t)$, виміряна в часі кінцевого часу t_0 , називається спостережуваною (або реалізацією) системи, а при дискретизації з кроком Δt ($a(i\Delta t)=a_i$, $i=1, N$; $N=\lceil t_0/\Delta t \rceil$) вона носить назву часового ряду. Зроблено достатньо серйозне припущення про те, що спостережувана $a(t)$ є детерміновано породженою, тобто представляє собою реалізацію деякої динамічної системи (ДС). Це припущення суттєво звужує клас систем, придатних для глобального моделювання описаним в нинішній роботі методом.

До 1980 року вважалося, що для опису нелінійних ДС в термінах фазового простору (або простору станів) необхідно знання часових залежностей всіх фазових змінних, які в дійсності доступні для спостереження дуже рідко, тоді як ситуація «чорного ящика» є більш типовою. В 1980 році була опублікована робота Паккарда, в якій відзначалося, що фазовий портрет ДС може бути відновлено за скалярним часовим рядом a_i , якщо в якості недостаючих координат вектора стану використовується той же самий ряд a_i , взятий з деяким запізненням. В 1981 році з'явилася робота Такенса, де була доведена теорема, що стверджує, що за одномерною незашумленою реалізацією $a(t)$ ДС, яка має аттрактор розмірності d , методом затримки

$$\mathbf{x}(t) = \{a(t), a(t+\tau), \dots, a(t+(m-1)\tau)\} = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$$

(τ – по часу, яка може бути практично будь-якою, m – розмірність простору вживання, $m > 2d+1$, $m = 2d+1$), можна відновити множину \mathbf{x} , яка є топологічно еквівалентною аттрактору початкової системи.

З'явлення теореми Такенса створило передумови для рішення на її основі завдання прогнозування за часовим рядом, а в 1987 році була опублікована робота Кремерса і Хюблера, де передбачалося використання відновлення рівнянь ДС по її одномерній реалізації. Таким чином, була продемонстрована можливість поставити в відповідність експериментальному сигналу математичну модель у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь або дискретних відображень, рішення якої при успішному апріорному

задании общего вида эволюционного оператора могло бы с достаточной степенью точности воспроизвести исходный сигнал.

В настоящей работе рассматривается применение алгоритма глобальной реконструкции к сигналу, описывающему электрическую активность «спортивного сердца» человека – электрокардиограмме (ЭКГ). Кратко обоснуем наш интерес к этому сигналу.

Во-первых, в последние годы стал очевидным рост интереса к объектам биологического происхождения со стороны специалистов в области нелинейной динамики. Биологические системы представляют собой обширное поле деятельности, где достижения теории ДС могут находить своё практическое применение (спортивная физиология и спортивная медицина).

Во-вторых, сигнал ЭКГ является достаточно сложным по форме и обладает некоторыми особенностями (см. работы профессора Душанина), которые выделяют его из реализаций других колебательных систем, демонстрирующих хаотическое поведение как биологического, так и физического происхождения. Кроме того, поскольку исследование ЭКГ с давних пор является популярным и эффективным методом диагностики (в спорте высших достижений, спортивной медицине, реабилитологии и т.п.), данный сигнал широко распространён и легко доступен.

Данная работа представляет собой обзор, в котором собраны воедино и проанализированы результаты применения методики реконструкции математической модели к ЭКГ. В этом обзоре мы постараемся изложить степень нашего сегодняшнего понимания возможности решения задачи реконструкции применительно к ЭКГ, отметив те сложности и проблемы, с которыми неизбежно будет сталкиваться исследователь при её решении.

Обсуждаются также проблемы, связанные с адекватностью математического описания, отмечаются серьёзные недостатки методики глобальной реконструкции и излагаются рассуждения авторов по поводу перспективности такой методики для задач моделирования в спорте.